

网络展开图与符号网络分析

尹宗谋

(中国人民解放军空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077)

摘要: 采用封闭网络模型, 按照电路元件参数, 采用开路、短路和着色运算, 将电路图逐层分解, 得到网络展开图. 给出网络展开图的概念和运算规则, 指出网络展开图中从根到末梢每个路径的值就是网络行列式展开式中的一个有效项, 从而由网络展开图得到符号网络函数. 该方法直接对电路图进行运算, 不需要建立任何形式的电路方程和行列式, 适用于一般的有源电路, 而且能生成各种类型的网络函数.

关键词: 符号网络分析; 网络函数; 网络图论; 网络展开图; 着色边

中图分类号: TN711.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2002)11-1629-04

Symbolic Network Analysis With the Network Expansion Diagram

YIN Zong mou

(The Telecommunication Engineering Institute of the Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

Abstract: Employ the model of closed network, decompose the circuit by opening, shorting and coloring some edges according to the element parameters, one tier by one tier, then a graph called the Network Expansion Diagram (NED) is built up. The concept and rules of NED are given. It is pointed out that the value of every path in NED just is one valid term of the expanded network determinant. Then the symbolic network functions can be obtained from NED. This method handles directly circuits by graph operations. It is applicable for generating all types of network functions to general active circuits.

Key words: symbolic network analysis; network functions; network graph theory; the network expanding diagram; colored edges

1 引言

C.-J. R. Shi 和 X.-D. Tan 提出了一种计算符号行列式的图运算方法, 称之为“行列式判决图”(Determinant Decision Diagrams), 并将其用于符号网络分析, 求得符号网络行列式及其余子式的展开式^[1, 2]. 与以前的网络拓扑分析方法相比, 该方法所需的计算时间和存储空间较小, 可以得到行列式的符号乘积和展开形式 (expanded sum of product form) 或符号任意嵌套形式 (arbitrarily nested form) 的表达式, 可以使用分块的子网络技术, 能对较大规模的电路进行符号分析. 但是, 该方法运算的对象是网络行列式, 而不是网络的图本身, 依赖于某种具体形式的方程, 例如该文献使用改进的节点电压方程; 该方法使用的符号是行列式中的元素, 而不是网络元件的符号参数, 而且行列式中的元素通常比网络元件参数要多, 因而有时并不方便, 例如该文献[1]中求网络函数对某个元件参数的灵敏度问题.

文献[3]和[4]提出了有效树和有效双树的概念及用它们的值表示网络行列式值的方法. 在此基础上, 本文采用一种新的图运算方法, 直接对电路图进行化简运算, 每次化简针对一个元件参数, 运算的对象是电路的图而不是行列式, 给出化简的方法和规则, 提出网络展开图的概念, 并揭示了网络展开图

与网络行列式的对应关系, 给出了由电路图的运算直接得到各种网络函数的拓扑公式.

2 网络展开图

2.1 封闭网络及其图

不含独立电源的线性集总参数电路称为封闭网络, 记为 N . 符号网络函数的求解可归结为增广网络符号行列式计算问题^[5], 增广网络就属于封闭网络.

设封闭网络 N 由阻抗、导纳和受控源 (VCCS、VCVS、CCCS、CCVS) 构成, 其中每个受控源只受一个量控制且控制量只能为开路电压或短路电流, 一条支路只有一个元件 (包括开路和短路), 每个元件参数符号不同. 若某受控电压源或受控电流源有多个控制量, 可用多个受控电压源串联或多个受控电流源并联代替该受控源; 若控制量是某元件 (阻抗、导纳或受控源) 的电压或电流, 可给该元件所在支路并联一条开路支路或串联一条短路支路, 用开路电压或短路电流作控制量; 若一条支路有多个元件, 可将该支路拆分为多条支路. 如果再加上 nullors 元件^[4], 则一般的线性有源电路都可以构成封闭网络模型. 本文的假设并不影响封闭网络的一般适用性, 这些假设的目的是叙述方便和公式简洁.

以封闭网络的支路为边、节点为顶点构成的无向图称为

该网络的图, 记为 G . 虽然 G 是无向图, 但受控源的控制边和受控边应该按照控制量和受控量的正向标出参考方向. 依支路元件的类型, 各边分别称为 Z (阻抗) 边、 Y (导纳) 边、 VS (受控电压) 边、 CS (受控电流) 边、 VC (控制电压) 边、 CC (控制电流) 边.

2.2 图的运算

图的运算包括开路、短路和着色. 着色是将某个受控源的控制边和受控边同时涂色, 它是与受控源有关的特殊运算, 后面将会给出运算规则和应用. 本文用粗线表示着色边.

将 G 中边 i 开路, 得到 G 的子图 G_i , 记为 $G \xrightarrow{i} G_i$.

将 G 中边 i 短路, 得到 G 的子图 G_i , 记为 $G \xrightarrow{i} G_i$.

将 G 中受控边 i 及其控制边 j 着色, 得到 $G(i, j)$, 记为 $G \xrightarrow{(i, j)} G(i, j)$.

图的运算应遵循如下的规则: (a) 自割边 (自己构成割集的边) 只能短路, 不能开路, 不能着色; (b) 自环边 (自己构成回路的边) 只能开路, 不能短路, 不能着色; (c) 着色边既不能开路, 也不能短路, 但全部由着色边组成的图求值运算除外; (d) 着色的受控边 (一个或若干个) 既不能构成回路, 也不能构成割集; (e) 着色的控制边 (一个或若干个) 既不能构成回路, 也不能构成割集.

由上述规则还可以导出一些规则. 例如, 与着色的受控边串联或者与着色的控制边串联的 Y 边或 Z 边只能短路, 不能开路; 与着色的受控边并联或者与着色的控制边并联的 Y 边或 Z 边只能开路, 不能短路.

2.3 网络图的展开

按照网络元件的任意一个参数, 可以将网络图展开为两个子图, 其过程如图 1 所示. 其中, 图 1(a) 表示图 G 按 Y_i 展开为将边 i 短路的子图 G_i 和将边 i 开路的子图 G_i ; 图 1(b) 表示图 G 按 Z_i 展开为将边 i 开路的子图 G_i 和将边 i 短路的子图 G_i ;

图 1(c) 表示图 G 按受控源参数 X_j 展开为将边 i 和 j 着色的子图 $G(i, j)$ 和将 i 和 j 短路或开路的子图 (依控制边和受控边的类型而定). 图中, 上层的图称为父图, 下层的图称为子图, 从父图到子图的有向边称为路径, 标有不带上画线参数路径的值就是该参数, 标有带上画线符号参数路径的值为 1.

图 1 按参数展开图 G

2.4 无色图和全色图

仅由 Y 边和 Z 边构成的图称为无色图. 设无色图 G 有 m 个树, 分别将 G 中每个树的树支边短路, 同时将该树的余树边开路, 使 G 降阶为孤立的节点, 这样, 图 G 可以展开为 m 个分支, 每个分支路径的增益就是该路径被短路的 Y 边导纳与被开路的 Z 边阻抗之积. 无色图 G 的值是 m 个分支增益之和. 这种求值与逐一地按每个 Y 或 Z 参数展开结果是一致

的.

仅由着色边构成的图称为全色图. 全色图的值为 1 或 -1. 设 G 是一个全色图, 其值可按下述算法求得: (a) 任选一个控制边 j (VC 或 CC 边), 在 G 中找出由边 j 和若干个受控边 (VS 或 CS 边) 构成的回路; (b) 设 i 是该回路中的一个受控边, 若边 i 的方向与边 j 的方向沿回路一致, 令 $B_{ji} = 1$; 否则令 $B_{ji} = -1$; (c) 将边 j 短路, 同时将边 i 开路, 使 G 降阶; (d) 重复上述步骤, 得到所有的 B_{ji} 并使 G 降阶为孤立的节点; (e) 交换 B_{ji} 的第 2 个下标, 使得每一个 B_{ji} 的两个下标恰好是一个 X_j 的两个下标; (f) 设 m 是交换 B_{ji} 第 2 个下标的次数, 设 n 是全色图 G 所含的 CS 边的数目, 令

$$\varepsilon = (-1)^{m+n} \prod B_{ji} \quad (1)$$

则 ε 为全色图 G 的值. 该过程可以简化为直接由全色图到孤立节点, 该路径的值就是 ε .

2.5 网络展开图

任意给定元件参数的顺序, 逐一地按照每个参数展开网络的图. 当某个子图成为无色图后, 可以按上述算法直接展开为若干个分支; 当某个子图成为全色图后, 可以按上述算法求得其值. 这样, 就可以得到以原图为根, 以孤立节点为末梢的树状展开图, 称该图为网络的展开图.

按照某个参数展开一个图, 通常有两个分支. 但不符合展开规则时, 也可能出现一分支, 还可能中止该路径的展开. 按照参数展开网络图, 可以直至孤立节点, 也可以按照需要, 以某级子图为末梢. 若一个图只有一个分支且它的父图也只有一个分支, 则两级可以合并为一级. 若 G 是连通图, 展开图的末梢为一个孤立节点, 若 G 为两个部分, 则末梢为两个孤立节点, 以此类推.

3 网络展开图与符号网络分析

3.1 网络展开图与网络行列式

封闭网络不含独立电源, 在频域或复频域其方程为齐次代数方程

$$M\xi = 0 \quad (2)$$

称矩阵 M 的行列式 $\det(M)$ 为封闭网络的行列式, 简称为网络行列式, 记为 D . 值得指出的是, 网络行列式的定义不涉及网络方程的具体形式.

封闭网络的行列式可以按照某一个参数展开, 例如按符号参数 p_i 展开为

$$D = A + p_i B \quad (3)$$

这里, A 是令 $p_i = 0$ 时 $\det(M)$ 的值, B 是 p_i 的代数余子式的值. 继续按其余参数展开, 可得到参数嵌套的展开表达式.

网络行列式可按照某一个参数展开如式(3), 网络图也可按照该参数展开如图 1, 其对应关系如表 1, 表中 $D[G]$ 表示图 G 的网络行列式.

封闭网络的行列式还可以展开为符号参数乘积和的形式, 即

$$D = \sum \varepsilon p_k \quad (4)$$

这里, p_k 是符号参数的乘积, $\varepsilon_k = \pm 1$.

封闭网络的图与行列式是一一对应的, 封闭网络的展开图与其行列式的展开式也是一一对应的. 若令

$$V_k = \varepsilon_k \rho_k \quad (5)$$

则 V_k 为展开图中从根到一个末梢的路径增益, 而行列式 D 就等于该网络展开图中所有从根到末梢的路径增益之和, 即

$$D = \sum V_k \quad (6)$$

上述展开图与行列式的对应关系可依据文献[3, 4] 推导出, 过程略. 实际上, 网络图展开的过程就是寻找全部有效树和有效双树并求它们值的过程.

表 1 按参数 p 展开行列式与展开图的对应关系

p	A	B	
Y_i	$D[G_i^-]$	$D[G_i]$	
Z_i	$D[G_i^-]$	$D[G_i^-]$	
X_{ij}	$i: CS; j: CC$	$D[G_i^-]$	$D[G(i, j)]$
	$i: CS; j: VC$	$D[G_i^-]$	$D[G(i, j)]$
	$i: VS; j: CC$	$D[G_i]$	$D[G(i, j)]$
	$i: VS; j: VC$	$D[G_i]$	$D[G(i, j)]$

3.2 网络函数的拓扑公式

应用网络展开图, 可以直接得到各种类型的符号网络函数. 对于单口网络来说, 考虑到端口支路的电压与电流是非关联参考方向, 可以用导纳 $-Y_i$ 或阻抗 $-Z_i$ 作为输入端口构成封闭网络. 因封闭网络的行列式应等于零才有非奇异解, 由此可得入端函数. 以 Z_i 为例, 其行列式为 $D = A - Z_i B = 0$, 故 $Z_i = A/B$. 结合表 1, 可得

$$\text{入端阻抗: } Z_i = D[G_i^-] / D[G_i^-] \quad (7)$$

$$\text{入端导纳: } Y_i = D[G_i^-] / D[G_i^-] \quad (8)$$

对于双口网络来说, 欲求传递函数 $H_{21} = \xi_2 / \xi_1$, 用受控源 $\xi_1 = -X_{12} \xi_2$ 作为输入端口(正向与 ξ_1 方向相反), 输出端口开路或短路, 作为控制量(正向与 ξ_2 方向相同), 构成封闭网络. 因封闭网络的行列式应等于零才有非奇异解, 由此可得网络函数. 结合表 1, 可得

$$\text{电压比: } A_V = D[G(1, 2)] / D[G_{1, 2}] \quad (9)$$

$$\text{电流比: } A_I = D[G(1, 2)] / D[G_{1, 2}^-] \quad (10)$$

$$\text{转移阻抗: } Z_T = D[G(1, 2)] / D[G_{1, 2}] \quad (11)$$

$$\text{转移导纳: } Y_T = D[G(1, 2)] / D[G_{1, 2}^-] \quad (12)$$

4 符号网络分析举例

例 1: 求图 2 所示电路的转移阻抗 $Z_T = U_0 / I_s$.

解: 图 2 电路的展开图如图 3 所示, 其根 G 就是图 2 电路求 Z_T 时的封闭网络. 为了方便, 直接用图表示它的行列式. 由式(11)可得

$$Z_T = G(9, a) / G_{9, a}$$

由展开图可得

$$\begin{aligned} G(9, a) &= -Z_4 X_{56} X_{78} Y_2 + Z_4 X_{78} Y_2 = -\mu \beta Z_4 Y_2 + \beta Z_4 Y_2 \\ G_{9, a} &= Y_3(-X_{56} Y_2 Z_4 + Y_2 Z_4 + 1 + Y_2 Z_1) \\ &= Y_3(-\beta Y_2 Z_4 + Y_2 Z_4 + 1 + Y_2 Z_1) \end{aligned}$$

$$\text{故, } Z_T = \frac{\beta Y_2 Z_4 (1 - \mu)}{Y_3 (1 + Y_2 Z_4 + Y_2 Z_1 - \beta Y_2 Z_4)}$$

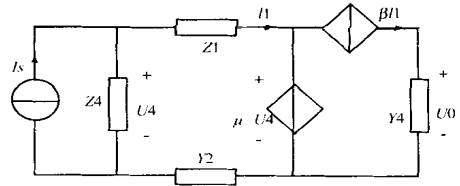


图 2 例 1 的电路

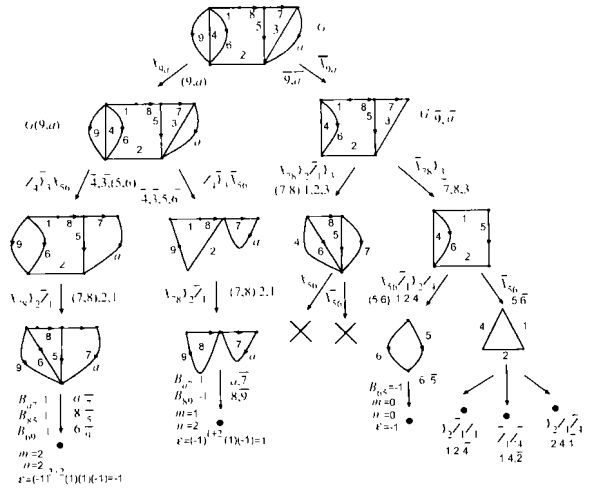


图 3 图 2 电路的展开图

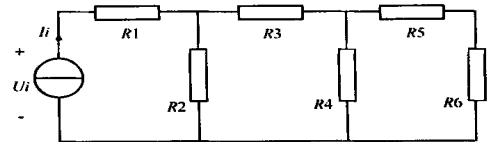


图 4 例 2 的电路

例 2: 求图 4 所示电路输入阻抗 Z_{in} 对参数 R_2 的相对灵敏度 $S_{Z_{in}}^{R_2}$.

解: 用 Z_{in} 代替输入端的电流源 I_s , 构成封闭网络, 如图 5 中的根 G . 先按 Z_{in} 将该网络展开, 得到两个子图 G_i 和 G_i^- ; 再

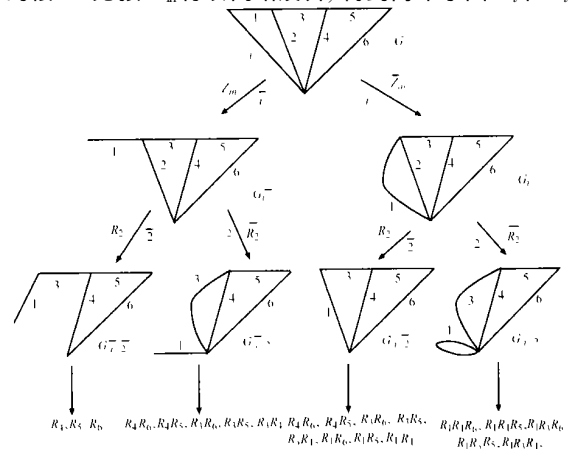


图 5 图 4 电路展开图

按 R_2 将 G_i 和 G_i 展开, 得到四个子图 $G_{i,2}$, $G_{i,2}$, $G_{i,2}$ 和 $G_{i,2}$.

由式(7)可知, $Z_{in} = G_i / G_i$, 其中

$$G_i = G_{i,2} + R_2 G_{i,2}$$

$$G_i = G_{i,2} + R_2 G_{i,2}$$

由展开图可得

$$G_{i,2} = R_4 + R_5 + R_6$$

$$G_{i,2} = R_4 R_6 + R_4 R_5 + R_3 R_6 + R_3 R_5 + R_3 R_4$$

$$G_{i,2} = R_4 R_6 + R_4 R_5 + R_3 R_6 + R_3 R_5 + R_3 R_4 + R_1 R_6 + R_1 R_5 + R_1 R_4$$

$$G_{i,2} = R_1 R_4 R_6 + R_1 R_4 R_5 + R_1 R_3 R_6 + R_1 R_3 R_5 + R_1 R_3 R_4$$

$$\begin{aligned} \text{故, } S_{R_2}^{Z_{in}} &= \frac{R_2 \partial Z_{in}}{Z_{in} \partial R_2} = \frac{R_2 G_i G_{i,2} G_i - G_i G_{i,2} G_i}{G_i (G_i)^2} = \frac{R_2 G_{i,2}}{G_i} - \frac{R_2 G_{i,2}}{G_i} \\ &= \frac{1}{\frac{G_{i,2}}{R_2 G_{i,2}} + 1} - \frac{1}{\frac{G_{i,2}}{R_2 G_{i,2}} + 1} \end{aligned}$$

5 结束语

本文给出了网络展开图的概念并论述了它在符号网络分析中的应用, 从而得到一种由电路图的运算直接求得符号网络函数的方法. 该方法适用于一般的线性有源电路, 可以直接求得各种形式的网络函数. 与文献[1]和[2]提出的行列式判决图方法相比, 它的运算对象是图而不是行列式, 不需要建立网络方程, 不需要形成网络行列式, 适用范围广, 算法简单规范. 尽管网络展开图中的节点数目有可能比行列式判决图中的节点数多, 但判决图的层次要比展开图多, 而且要寻找有效路径以展开行列式, 而有效路径的数目等于行列式展开式中的有效项数目, 也等于展开图中的末稍数, 因而展开图的运算

量不会比判决图高. 由于没有编成软件, 没有分析较大规模的电路, 因而无法进一步比较. 此外, 网络分块和近似计算等技术与展开图技术的结合有待于研究.

参考文献:

- [1] C - J R Shi, X-D Tan. Canonical symbolic analysis of large analog circuits with determinant decision diagrams [J]. IEEE Trans. 2000, CAD-19(1):1-18.
- [2] X-D Tan, G-J R Shi. Hierarchical symbolic analysis of analog integrated circuits via determinant decision diagrams [J]. IEEE Trans. 2000, CAD-19(4):401-412.
- [3] 尹宗谋. 双树法——有源网络拓扑分析的一种方法 [J]. 电路与系统学报, 1999, 4(3):97-101.
- [4] Yin Zongmou. Symbolic network analysis with the valid trees and the valid tree pairs [A]. Proc. of IEEE ISCAS 2001 [C]. Sydney Australia: 2001. V335-338.
- [5] 全茂达, 朱英辉. 符号网络函数与不定导纳矩阵 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1983. 43-53.

作者简介:



尹宗谋 男, 1947年10月生于陕西省西安市, 1985年4月毕业于西安交通大学理论电学专业, 获工学硕士学位, 现任中国人民解放军空军工程大学电讯工程学院副教授. 从事电路、信号与系统教学工作, 致力于电路的拓扑分析和符号分析研究, 提出了符号网络拓扑分析一些新的概念、理论和方法.